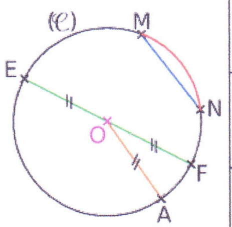
EG21 – Figures planes

<u>Connaissances :</u>
□ vocabulaire des figures planes (côté, sommet, angle, diagonale, polygone)
□ triangles particuliers (rectangle, isocèle, équilatéral)
□ quadrilatères particuliers (carré, rectangle, losange (parallélogramme))
□ vocabulaire du cercle
<u>Savoirs-faire travaillés :</u>
(55) Reconnaître, nommer, comparer, vérifier, décrire des figures complexes
(56) Reproduire, représenter, construire des figures simples ou complexes (sur papier ou avec logiciel)
(58) Réaliser, compléter et rédiger un programme de construction

I – Cercle

<u>Définitions :</u> Le **cercle** de centre O et de rayon r est l'ensemble des points situés à une distance r du point O. La distance r s'appelle le **rayon** du cercle.

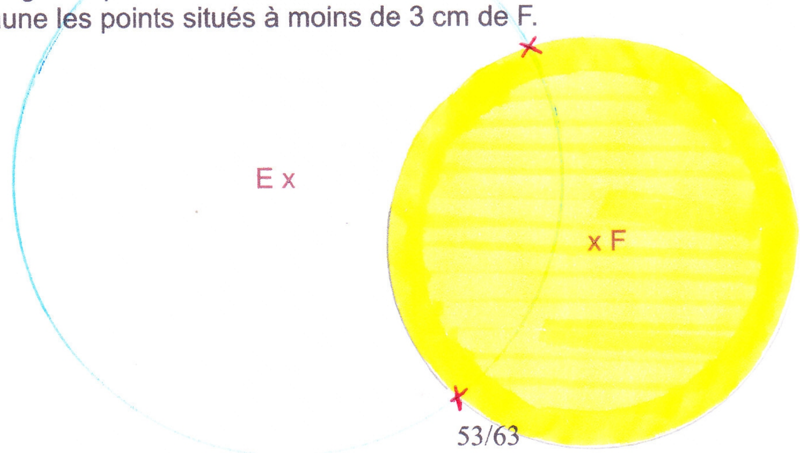


Le **centre** d'un cercle est le point équidistant de tous les points qui constituent ce cercle.	Le point O est le **centre** du cercle (𝒞).
Un **rayon** d'un cercle est un segment ayant pour extrémités le centre et un point de ce cercle.	Le segment [OA] est un **rayon** du cercle (𝒞).
Un **diamètre** d'un cercle est un segment ayant pour extrémités deux points de ce cercle et contenant son centre.	Le segment [EF] est un **diamètre** du cercle (𝒞).
Une **corde** d'un cercle est un segment ayant pour extrémités deux points de ce cercle.	Le segment [MN] est une **corde** du cercle (𝒞).
Un **arc de cercle** est une portion de cercle comprise entre deux points de ce cercle.	La portion de cercle $\overset{\frown}{MN}$ comprise entre M et N est un **arc du cercle** (𝒞).

<u>Remarque :</u> Par commodité de langage, on appelle rayon la longueur du rayon d'un cercle, et on appelle diamètre la longueur de son diamètre.
Le diamètre d'un cercle est égal au double de son rayon.

<u>Définition :</u> Le **disque** de **centre** O et de **rayon** r est l'ensemble des points situés à une distance inférieure ou égale à r du point O.

<u>*Exemple :*</u> Sur la figure ci-contre, construire :
- en bleu, l'ensemble des points situés à 4 cm de E ;
- en rouge les points situés à la fois à 4 cm de E et à 3 cm de F ;
- en jaune les points situés à moins de 3 cm de F.

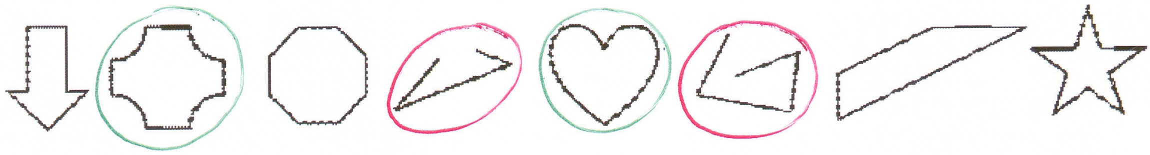


II – Polygones

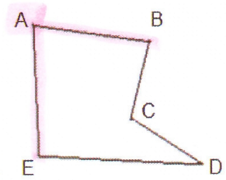
Définition : Un **polygone** est une figure plane fermée, délimitée par plusieurs segments.

Exemples : Parmi les figures ci-dessous :

- les figures entourées en rouge ne sont pas des polygones car elles ne sont pas fermées
- les figures entourées en vert ne sont pas des polygones car leurs côtés ne sont pas tous des segments.



Définitions : Les segments qui forment le polygone sont les **côtés** du polygone. Les extrémités des segments sont appelés **sommets** du polygone. Deux côtés ayant un sommet commun sont dits **consécutifs**.

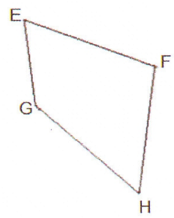


Exemple : Ce polygone a 5 côtés, on l'appelle un pentagone

Ses sommets sont A, B, C, D et E

[EA] et [AB] sont deux côtés consécutifs de ce polygone ; leur sommet commun est A

Propriété : On nomme un polygone en citant ses sommets dans l'ordre donné par la figure.



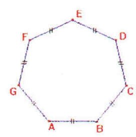
Exemple : Ce quadrilatère se nomme EFHG ou EGHF

mais pas EFGH On peut aussi l'appeler HGEF ou FEGH

mais pas GHEF

On appelle polygone **régulier** un polygone qui a tous ses côtés de même mesure.

Exemple : EFGABCD est un hexagone (polygone à 6 côtés) régulier.

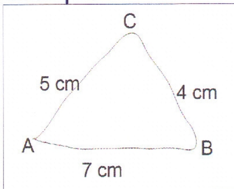
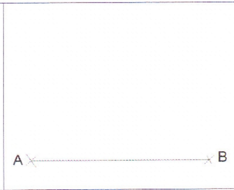
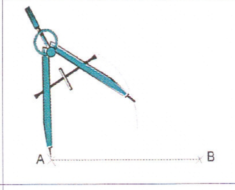
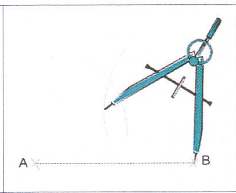
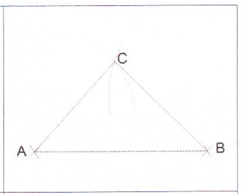


III – Triangles

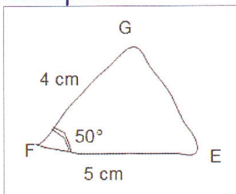
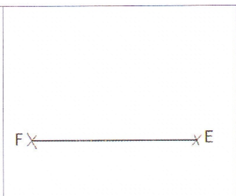
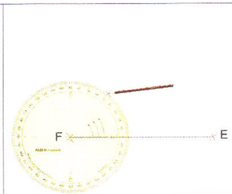
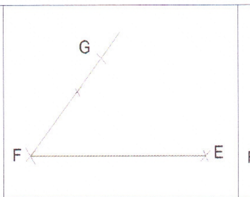
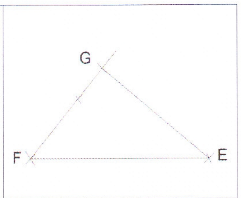
Définition : Un **triangle** est un polygone à trois côtés.

Remarque : Un triangle a trois sommets.

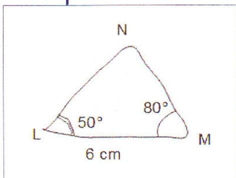
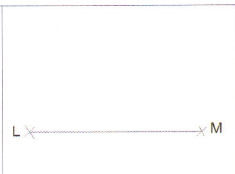
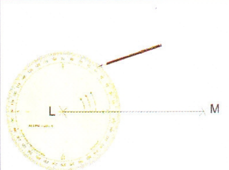
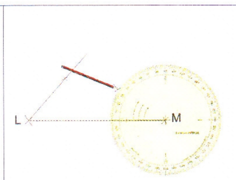
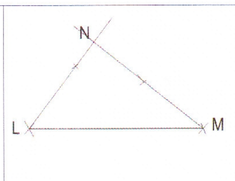
Exemple 1 : Construire ABC sachant que AB = 7 cm, AC = 5 cm et BC = 4 cm.

				
Je trace une figure à main levée avec **toutes** les informations.	Je trace [AB] tel que AB = 7 cm.	Je trace un arc de cercle de centre A et de rayon 5 cm.	Je trace un arc de cercle de centre B et de rayon 4 cm.	Le point C se trouve à l'intersection des deux arcs de cercles. Je peux tracer ABC.

Exemple 2 : Construire EFG sachant que EF = 5 cm, FG = 4 cm et $\widehat{EFG} = 50\,°$.

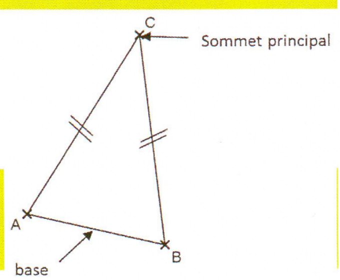
				
Je trace une figure à main levée avec **toutes** les informations.	Je trace [EF] tel que EF = 5 cm.	Je trace un angle de sommet F et de côté [FE) mesurant 50°.	Je place le point G sur le demi-droite tel que FG = 4 cm.	Je trace le troisième côté du triangle.

Exemple 3 : Construire LMN sachant que LM = 6 cm, $\widehat{MLN} = 50\,°$ et $\widehat{NML} = 80°$.

				
Je trace une figure à main levée avec **toutes** les informations.	Je trace [LM] tel que LM = 6 cm.	Je trace un angle de sommet L et de côté [LM) mesurant 50°.	Je trace un angle de sommet M et de côté [ML) mesurant 80°.	N est l'intersection des deux demi-droites. J'ai tracé LMN.

A) Triangle isocèle

Définition : Si un triangle a deux côtés de même longueur alors ce triangle est **isocèle**, le sommet commun aux deux côtés de même longueur est le **sommet principal**
Le côté opposé au sommet principal est appelé la **base**.



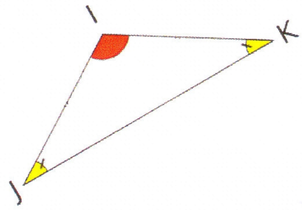
Exemple : Le triangle ABC ci-contre est un triangle isocèle en .C..

Propriété : Si un triangle est isocèle alors les côtés ayant le sommet principal comme extrémité sont de même longueur et l'autre côté est la base du triangle.

Propriété : Si un triangle est isocèle alors ces angles à la base sont de même mesure.

Propriété : Si un triangle a deux angles de même mesure alors ce triangle est isocèle et le côté commun aux deux angles est sa base.

Exemple : Le triangle IJK ci-contre est un triangle isocèle en ..I..



B) Triangle équilatéral

Définition : Si un triangle a ses trois côtés de même longueur alors il est **équilatéral.**
Propriété : Si un triangle est équilatéral, alors ses 3 côtés sont de même longueur.

Exemple : EFG est un triangle équilatéral dont le périmètre vaut 12 cm.

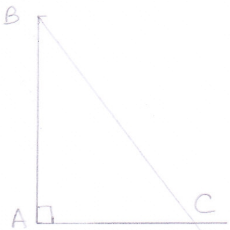
$\frac{12}{3} = 4$. Chaque côté de EFG mesure ..4.. cm.

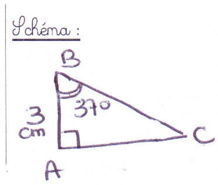
Propriété : Si un triangle est équilatéral, alors ses 3 angles sont de même mesure.
Propriété : Si un triangle a ses 3 angles de même mesure alors il est équilatéral.

C) Triangle rectangle

Définitions : Un triangle a un angle droit alors ce triangle est **rectangle** en le sommet de l'angle droit. Le côté opposé à l'angle droit est appelé son **hypoténuse**.
Propriété : Si un triangle est rectangle en un point, alors il a un angle droit et ce point est le sommet de l'angle droit

Exemple : Construire un triangle ABC rectangle en A tel que AB = 3 cm et $\widehat{ABC} = 37°$.





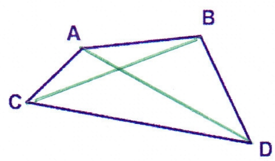
IV – Quadrilatères

Définition : Un **quadrilatère** est un polygone qui a quatre côtés.

Définitions : Dans un quadrilatère :
- deux côtés qui n'ont pas de sommet commun sont dits **opposés** ;
- deux côtés qui ont un sommet commun sont dits **consécutifs** ;
- les segments d'extrémités deux sommets opposés sont appelés **diagonales**.

Remarque : Un quadrilatère a ..4.. côtés, ..4.. sommets et ..2.. diagonales.

Exemple : Ce quadrilatère se nomme ABDC ou encore CDBA



[AB] et [CD] sont opposés.
[CA] et [AB] sont consécutifs ; A est leur sommet commun.
[AD] et [BC] sont les diagonales.

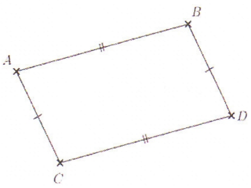
A) Parallélogramme

Définition : Si un quadrilatère a tous ses côtés opposés parallèles alors c'est un **parallélogramme**.

Propriété : Si un quadrilatère est un **parallélogramme** alors il a tous ses côtés opposés parallèles et de même longueur.

Propriété : Si un quadrilatère a tous ses côtés opposés de même longueur alors c'est un **parallélogramme**.

Exemple : .A.B.D.C...... est un parallélogramme.
(AB)//(CD) et (AC)//(BD)

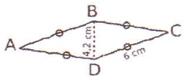


B) Losange

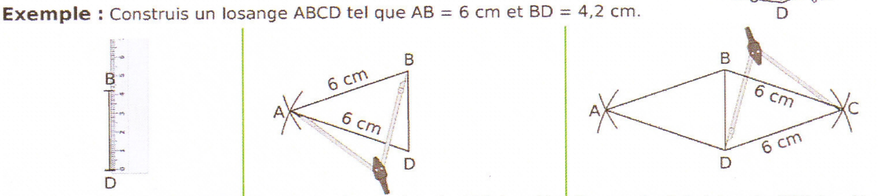
Définition : Si un quadrilatère ~~qui~~ a ses côtés de même longueur alors c'est un **losange**.

Propriété : Si un quadrilatère est un **losange** alors il a tous ses côtés de même longueur.

Remarque : Un losange est un parallélogramme particulier.



Exemple : Construis un losange ABCD tel que AB = 6 cm et BD = 4,2 cm.



On trace un segment [BD] de longueur 4,2 cm. | On construit un triangle ABD isocèle en A tel que AB = AD = 6 cm. | On construit le triangle CBD isocèle en C tel que CB = CD = 6 cm.

Propriété : Si un quadrilatère est un losange alors ses diagonales sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu.

Exemple : Contruire le losange POUR tel que PU = 4 cm et OR = 7 cm.

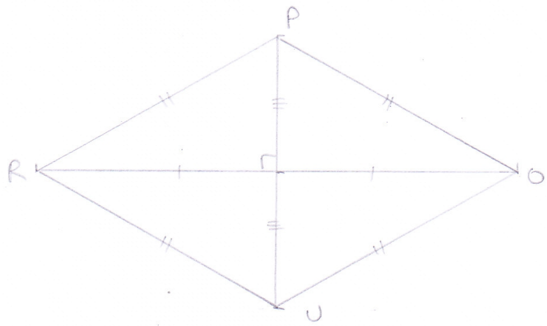
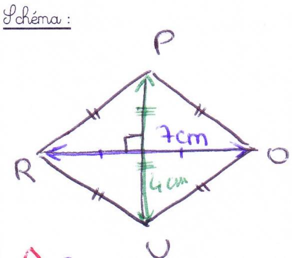


Schéma :



⚠ Placer les noms des sommets avant les mesures

Propriété : Si un quadrilatère a ses diagonales perpendiculaires et sécantes en leur milieu alors c'est un losange.

C) Rectangle

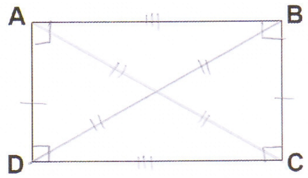
Définition : Si un quadrilatère a quatre angles droits alors c'est un **rectangle**.

Propriété : Si un quadrilatère est un rectangle, alors il a quatre angles droits et ses côtés opposés de même longueur.

Remarque : Un rectangle est un parallélogramme particulier.

Propriété : Si un quadrilatère est un rectangle alors ses diagonales sont de même longueur et se coupent en leur milieu.

Exemple : ABCD est un rectangle. Coder la figure au maximum.



Propriété : Si un quadrilatère a ses diagonales de même longueur et qui se coupent en leur milieu alors c'est un rectangle.

D) Carré

Définition : Si un quadrilatère a 4 angles droits et 4 côtés égaux alors c'est un **carré**.
Propriété : Si un quadrilatère est un carré alors il a ses 4 côtés égaux et ses 4 angles sont droits.

Exemple : ABCD est un carré dont le périmètre mesure 36 dm. AB = $\frac{36}{4} = 9$ dm

Remarque : Un carré est à la fois un losange et un rectangle.

Propriété : Si un quadrilatère est un **carré** alors ses diagonales sont de même longueur et se coupent perpendiculairement en leur milieu.

Exemple : Construire un carré BOXE tel que BX = 3 cm. Coder la figure au maximum.

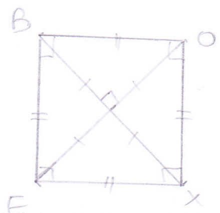
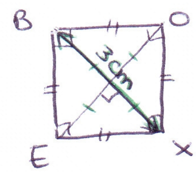


Schéma :



Propriété : Si un quadrilatère a ses diagonales de même longueur et sécantes perpendiculairement en leur milieu alors c'est un carré.